CVIČEBNICE K MATURITĚ Z MATEMATIKY

Mgr. Eva Huderová, Mgr. Markéta Linhartová, Ing. Renata Solarová

1.1.2016

Obsah

KAPITOLA 1

ČÍSELNÉ OBORY

1) Obdélník má strany v poměru 5:3. Jeho obvod je 280 cm. Strany obdélníku jsou:

a) 87,5 cm a 52,5 cm

b) 90 cm a 50 cm

c) 100 cm a 40 cm

d) 102,5 cm a 37,5 cm

ŘEŠENÍ: a)

2) V 6. třídě je 60 procent chlapců a pouze 12 dívek. Žáci této třídy tvoří 1/12 všech žáků školy. V minulém školním roce bylo v této škole o 5 procent více žáků než letos. Kolik žáků bylo do této školy zapsáno v minulém školním roce?

ŘEŠENÍ: 378

3) Součet věků manželů Svobodových se rovná 90 let. Rozdíl druhých mocnin jejich věků se rovná 540 let. Svatbu měli před 20 lety. V kolika letech oslaví manželé zlatou svatbu (společných 50 let)?

a) 80, 75

b) 78, 72

c) 75, 74

d) 80, 70

ŘEŠENÍ: b)

4) Uspořádejte podle velikosti:

A 3^3, **B** -3^4, **C** $(-3)^3$, **D** $-(-3)^2$, **E** $-(-3^2)$, **F** $(2^{-3})^0$

ŘEŠENÍ: B C D F E A

5) Zapište jako zlomky v základním tvaru:

$$\frac{2^4 * 3^3 * 5^2}{3^2 * 8^2 * 10^2}$$

ŘEŠENÍ: $\frac{9}{48}$

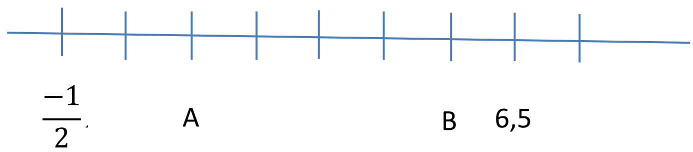
6) Na číselné ose se vzdálenost bodů AB se rovná:

a) 5

b) 4

c) 2,5

d) $\frac{7}{2}$



ŘEŠENÍ: b)

7) Vypočtěte:

|9 - 3|- |- 15 - (-2)|=

ŘEŠENÍ: -7

8) Upravte výraz:

$$\frac{\sqrt{3} * \sqrt{27}}{\sqrt{\frac{81}{36}}}$$

ŘEŠENÍ: 6

9) Na číselné ose znázorni a jako interval zapište množinu:

{x∈R, -8 ≤ x < -2}

ŘEŠENÍ: <-8,-2), na číselné ose bude u -8 plné kolečko, u -2 prázdné kolečko

10) Největší společný dělitel čísel 60 a 84 je:

a) 2

b) 4

c) 6

d) 12

ŘEŠENÍ: 12

11) Upravte (vypočítejte):

$\frac{5}{6} : \frac{4}{10} - (\frac{8}{3} - \frac{7}{2})^2$

ŘEŠENÍ: $\frac{25}{18}$

KAPITOLA 2

ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

1) Určete hodnotu výrazu $\frac{c+b}{c-b} + \frac{(b-c)^2}{c+b}$ pro c = –1, b = 2. Výsledek zapište a) jako desetinné číslo (na 2 desetinná místa) b) jako smíšené číslo.

Řešení: a) $8{,}\overline{6}$ b) $8\frac{2}{3}$

2) Ve vzorci d = $\frac{1}{5}cb^2$ určete hodnotu b tak, aby pro d = 2 bylo c = 10.

Řešení: b = 0,1

3) Určete hodnotu výrazu $-x^2 - 2x^3$ pro $x = -\frac{1}{2}$.

Řešení: 0

4) Pro jaké $x \in \boldsymbol{R}$ má výraz v(x) = $\frac{4x-1}{x+3}$ hodnotu 5?

Řešení: x = –16

5) Pro které hodnoty $x \in \boldsymbol{R}$ má výraz $\frac{5x+2}{x-1}$ hodnotu 0?

Řešení: $x = -\frac{2}{5}$ (s podmínkou $x \neq 1$)

6) Pro jaké $x \in \boldsymbol{R}$ nabývá výraz $\frac{4x-3}{x+1}$ hodnoty 4?

Řešení: nemá řešení (pro žádné reálné číslo nenabývá výraz hodnoty 4)

7) Určete hodnotu výrazu $\pi r^2 + \pi rs$ pro povrch kužele, je-li r = 10, s = 2.

Řešení: $120\pi \doteq 376{,}8$

8) Nulovým bodem výrazu $x^2 - 4x + 4$ <u>není</u>

A) x = –2 B) x = 2

Řešení: B

9) Najděte nulové body výrazu $\frac{x^2-9}{x+3}$.

Řešení: x = 3

10) Zapište podíl dvojnásobku třetí mocniny určitého čísla a druhé mocniny trojnásobku téhož čísla.

Řešení: $\frac{2x^3}{(3x)^2}$

11) Myslím si číslo. Odečtu od něj šest, výsledek vydělím třemi, k výsledku přičtu patnáct, výsledek vynásobím dvěma, od výsledku odečtu dvacet. Dostala jsem číslo čtrnáct. Jaké číslo jsem si myslela?

Řešení: 12

12) Určete rozdíl mnohočlenů:

$(x^4 – 2x^3 + 6) – (2x^4 – 3x^2 – 5x – 2)$

Řešení: $–x^4 – 2x^3 + 3x^2 + 5x + 8$

13) Vynásobte mnohočleny: $(x – 2)(x^2 + 4x + 4)$.

Řešení: $x^3 + 2x^2 – 4x – 8$

14) Vydělte kubický trojčlen lineárním dvojčlenem:

$(2x^3 – x^2 – 6x) : (x – 2)$

Řešení: $2x^2 + 3x$

15) Rozložte mnohočlen na součin mnohočlenů:

a) $x^2 + x – 2$ b) $x^2 – 6x + 8$ c) $2x^2 – 10x + 12$

Řešení: a) $(x – 1)(x + 2)$ b) $(x – 4)(x – 2)$ c) $2(x – 3)(x – 2)$

16) Upravte výraz $\frac{b-2}{2-b}$ a určete, kdy má smysl.

Řešení: $–1$; $x \neq 2$

17) Upravte výraz $\frac{3-3x}{x^2-x}$ a určete jeho definiční obor.

Řešení: $-\frac{3}{x}$; D = R\{0;1}

18) Zjednodušte:

$\frac{4-4b}{3a+3b} \cdot \frac{a^2- b^2}{(a-b)^2}$

Řešení: $\frac{4}{3}$; $a \neq \pm b$

19) Upravte:

a) $\frac{x^7y^3}{xy^4}$

b) $\frac{c^3c^4}{c^{-1}\,c^5}$

c) $\frac{(ab^3\,)^2}{(a^2b)^3}$

Řešení: a) x^6y^{-1}; $x\neq 0$; $y\neq 0$

b) c^4; $c \neq 0$

c) $\frac{b^3}{a^4}$; $a \neq 0$; $b \neq 0$

20) Umocněte $2\sqrt{x} - 3 : \sqrt{x}$ na druhou.

Řešení: $4x - 12 + \frac{9}{x}$; $x > 0$

21) Vyberte tvar, na který lze upravit výraz $\frac{x-2}{x} - \frac{x-4}{x+1}$.

A) $\frac{3x+2}{x+x^2}$ B) $\frac{3x+2}{x+x^2}$ C) $\frac{3x-2}{x-x^2}$ D) $\frac{3x-2}{x+x^2}$

Řešení: D

KAPITOLA 3

ROVNICE A NERovNICE

(ŘEŠENÍ KAPITOLY 3 V ZÁVORCE ZA PŘÍKLADEM)

- **Lineární rovnice a nerovnice**

1.) Řešte v množině R rovnice a proveďte zkoušku.

a) $3x - 1 = x + 2$ (1,5)

b) $2x + 6 = 5x - 9$ (5)

c) $x + 12 = 3x + 11$ (0,5)

d) $4x + 3 - \frac{x}{3} = 24$ ($\frac{63}{11}$)

e) $\frac{x}{5} - x + 7 = 2x - 11$ ($\frac{45}{7}$)

f) $5x + 2 = \frac{3x - 1}{2}$ ($-\frac{5}{7}$)

g) $\frac{x + 1}{2} - \frac{2x + 3}{5} = x - 2$ ($\frac{19}{9}$)

h) $x - \frac{x + 3}{4} + 7 = 1 - \frac{x + 1}{4}$ (- 5,5)

2.) Řešte v množině R rovnice a proveďte zkoušku.

a) $n - \frac{n}{2} + \frac{n}{3} = 5$ (6)

b) $\frac{6 - 5z}{8} = 2$ (- 2)

c) $\frac{2c}{3} - \frac{3c}{4} + \frac{5c}{6} = 3$ (4)

d) $\frac{x}{3} - \frac{3x}{8} - \frac{x}{6} = \frac{3}{2} - \frac{x}{4}$ (36)

e) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{7} - \frac{2x}{5} = \frac{x}{6} + 33{,}6$ (210)

f) $\frac{3x-2}{4} + \frac{2x-1}{5} = \frac{3x-1}{2}$ ($-\frac{4}{7}$)

g) $\frac{3x-2}{5} - 8 = 2 - \frac{74+14x}{10}$ (1,5)

h) 6x - [3 – x - (2x + 5) + 3 (7 – x)] = 10 (x – 3) + 5 (- 3)

3.) Řešte v množině R rovnice a proveďte zkoušku. Nezapomeňte určit podmínky platnosti rovnice.

a) $\frac{3}{x} + \frac{4}{x} + \frac{5}{x} = 1$ (12)

b) $\frac{15}{3x} + \frac{10}{x} = 3$ (5)

c) $\frac{24}{x} - \frac{17-x}{x-1} = 1$ (3)

d) $\frac{4}{x+2} = \frac{1}{x-1} - \frac{12}{(x+2).(x-1)}$ (- 2)

e) $3 - \frac{4}{x+2} = \frac{x+10}{x+2}$ (4)

f) $\frac{1}{1+x} + \frac{3}{1-x} = \frac{24}{1-x^2}$ (10)

g) $\frac{1}{x+1} - \frac{2}{x+4} = 0$ (2)

h) $\frac{5x}{x+2} + \frac{10}{x^2-4} = 5$ (3)

4.) Řešte nerovnice v množině R.

a) $3x - 8 < 10x + 13$ ($x > -3$)

b) $\frac{2x-5}{3} > \frac{4x+3}{6}$ (Ø)

c) $\frac{x}{2} + 1 \geq \frac{2x-3}{4}$ (∞)

d) $\frac{1-2x}{3} - \frac{x-1}{2} \geq -\frac{5}{12}$ ($x \leq \frac{15}{14}$)

e) $\frac{2}{3}$(4x – 3) > $\frac{4}{5}$ (1 – x) (x > $\frac{21}{26}$)

f) $\frac{x+4}{3}$ – x ≤ 2x - 2 (x ≥ $\frac{5}{4}$)

g) x + $\frac{3-7x}{5} > \frac{x+3}{5}$ - $\frac{2x-1}{3}$ (x > 5)

h) 2x - $\frac{5x-3}{4} < \frac{3x-5}{4}$ (Ø)

- **Kvadratické rovnice**
  a) x^2 - 4x + 3 = 0 (x_1 = 3, x_2 = 1)

  b) $4x^2 + 6x = 0$ (0; - 1,5)

  c) x^2 - 3x – 10 = 0 (5; - 2)

  d) 36x^2 - 12x + 1 = 0 ($\frac{1}{6}$)

  e) x^2 – 2 = 0 (- $\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$)

  f) 2x^2 + 3 = 0 (Ø)

  g) (x + 7)(2x + 5) = (4x – 3)x ($\frac{11+\sqrt{191}}{2}$; $\frac{11-\sqrt{191}}{2}$)

  h) $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{1}{x-3}$ (3 + $\sqrt{2}$; 3 - $\sqrt{2}$)

- **Kvadratické nerovnice**
  a) x^2 + 2x – 3 < 0 (K = Ø ∪ (- 3; 1))

  b) 9x^2 + 12x + 4 ≤ 0 (K = (- $\frac{2}{3}$))

  c) x^2 - 4x + 2 > 0 (K = (- ∞, 2 - $\sqrt{2}$) ∪ (2 + $\sqrt{2}$, ∞))

  d) 2x^2 - 3x – 2 ≤ 0 (K = < - $\frac{1}{2}$; 2 >)

e) $(x - 1)(x + 3) > 0$ (K = (- ∞; 3) ∪ (1, ∞))

f) $\frac{(x-2)(x+1)(x-3)}{x-1} \leq 0$ (K = < - 1; 1 > ∪ < 2; 3 >)

g) $3x^2 - 1 > 0$ (K = (- ∞; - $\frac{\sqrt{3}}{3}$) ∪ ($\frac{\sqrt{3}}{3}$; ∞))

h) $x^2 + 8x + 16 \leq 0$ (K = (- 4))

- **Soustavy lineárních rovnic**

a) x - 4y = - 10
3x - 2y = 0 (y = 3, x = 2)

b) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{xy}$

$\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{3}{xy}$ (y = 4, x = 1)

c) a + b = 8
5a + 10b = 20 (a = 12, b = - 4)

d) 2x + 3y – 5 = - y - 1
x + y = 5 (x = 8, y = - 3)

e) $\frac{2x+4}{2} + \frac{y+1}{3} = 4$

3(x + 2) - 2(y – 2) = 3x + 12 (x =2, y = - 1)

f) z = $\frac{5+p}{4}$ p = $\frac{7+y}{3}$ (z = 2, p = 3)

g) $\frac{3x-2y}{5} + \frac{5x-3y}{3}$ = x + 1 $\frac{2x-3}{3} + \frac{4x-3y}{2}$ = y + 1 (x = $\frac{9}{17}$; y = - $\frac{4}{17}$)

h) 12,8x - 131y = 287,49
- 41,2x = 82,4 (x = - 2, y = - 2,39)

- **Slovní úlohy řešené pomocí lineární rovnice**

  a) Dvě čísla, z nichž jedno je o 28 větší než druhé, dávají součet 10. Která čísla to jsou?
  (-9; 19)

  b) Jednoho dne navštívilo ZOO 350 osob. Na vstupném se vybralo 5900 Kč. Dospělí platili 30 Kč, děti 10 Kč za osobu. Kolik dospělých a kolik dětí navštívilo ZOO?
  (230 dětí; 120 dospělých)

  c) Z Austrálie poslali do ZOO pštrosy a klokany. Dohromady měli 37 hlav a 120 nohou. Kolik bylo pštrosů a klokanů? (14 pštrosů, 23 klokanů)

  d) Honza má 36 kovových mincí v pětikorunách a desetikorunách. Tyto mince mají dohromady hodnotu 250 Kč. Kolik má Honza pětikorun a desetikorun?
  (22 pětikorun, 14 desetikorun)

  e) Určete číslo, jehož trojnásobek zmenšený o 5 dá 31. (12)

  f) Autobus MHD přepravil za první dvě hodiny od počátku směny 380 cestujících. Kolik cestujících musí průmětně přepravit za každou další hodinu své devítihodinové směny, aby přepravil celkem 1920 cestujících? (220)

  g) Košile stojí 150 Kč, tričko dvaapůlkrát méně. Kolik triček je možno koupit za 240 Kč ?
  (4)

  h) Přední kolo vozu má obvod 2,1 m, zadní kolo 3,5 m. Jak dlouhá je dráha, na které udělá zadní kolo o 2000 otáček méně než přední kolo? (10500 m)

- **Slovní úlohy řešené pomocí soustavy dvou lineárních rovnic**

  a) Ze dvou druhů zboží v ceně 15 Kč a 21 Kč za 1 kg je třeba namíchat 78 kg směsi po 17,50 Kč za 1 kg. Kolik kterého druhu zboží budeme potřebovat?
  (prvního 45,5 kg, druhého 32,5 kg)

  b) Pan Jakubec má sad, ve kterém rostou jabloně, švestky a hrušky. $\frac{2}{3}$ všech ovocných stromů jsou jabloně, $\frac{1}{4}$ ovocných stromů jsou švestky, hrušně jsou 2. Kolik ovocných stromů je celkem v sadu pana Jakubce? Kolik má jabloní a kolik švestek?
  (celkem 24 stromů, 16 jabloní, 6 švestek)

  c) Urči čísla e, f, když víš, že číslo e je o 5 větší než číslo f a třetina čísla e se rovná polovině čísla f. (e = 15, f = 10)

  d) Obdélníkové hřiště má jednu stranu o 25 m delší než druhou. Kdybychom každou stranu hřiště zvětšili o 10 m, zvětšil by se plošný obsah hřiště o 1350 m^2. Vypočítej původní délku stran hřiště. (75 m, 50 m)

  e) Za 3 levnější a 5 dražších lístků do divadla zaplatila Eva 550 Kč. Vítek koupil 2 dražší lístky a 4 levnější a platil 360 Kč. Kolik stál dražší a kolik levnější lístek? (50 Kč, 80 Kč)

f) Ocelový pás dlouhý 5,5 m se má rozdělit na dvě části tak, aby $\frac{1}{4}$ první části byla rovna $\frac{1}{7}$ druhé části. Jak dlouhé budou obě části? (3,5 m, 2 m)

g) V prodejně mají dva druhy ovocných bonbónů. Jedny po 50 Kč za 1 kg, druhé po 80 Kč za 1 kg. Kolik kg každého druhu je třeba smíchat, aby vzniklo 30 kg směsi v ceně 60 Kč za kg?
(20 kg po 50 Kč, 10 kg po 80 Kč)

h)Dělník společně s učněm vyčepovali 336 vlysů. Dělníkova výkonnost byla přitom 3x větší než výkonnost učně. Kolik vlysů vyčepoval dělník a kolik učeň?
(dělník 252, učeň 84)

- **Jednoduché exponenciální a logaritmické rovnice**

1.) Řešte rovnice:

a) $25^x = 625^2$ (4)

b) $6^x = 1296^{0,5}$ (2)

c) $\frac{1}{2^x} = 2048$ (- 11)

d) $7^{x+1} = 2401$ (3)

e) $5^2.7^{x-1} = 8575$ (4)

f) $3^{2x-1} = 2^{1-2x}.36$ ($\frac{3}{2}$)

g) $8.2^{2-x} = 16^{-3}$ (17)

h) $\frac{3^x}{2^x} = \frac{4}{9}$ (- 2)

2.) Řešte rovnice:

a) $2 \log x = 3 - \log 5$ ($\sqrt{200}$)

b) $\frac{\log x}{\log(5x-3)} = 1$ (0,75)

c) $2 \log_5 x = 4 - \log_5 \frac{x}{25}$ (25)

d) $\log (3x^2 + 1) - \log (3 + x) = \log (3x - 2)$ (1)

e) $\frac{\log(x^2+13)}{\log(x+5)} = 2$ (- 1,2)

f) 2 log (x^2 – 1) – log (x – 1)^2 + log $\sqrt{x+1}$ = 5 log $\sqrt{20}$ (19)

g) $3^{1+\log x} = 81$ (1000)

h) log (3x – 1) – log (3x + 1) = log 16 (∅)

3.) Řešte rovnice v intervalu < 0; 2π)

a) $\sin^2 x = \frac{1}{2}$ ($\frac{\pi}{4}$; $\frac{3\pi}{4}$; $\frac{5\pi}{4}$; $\frac{7\pi}{4}$)

b) $\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 1$ ($\frac{\pi}{4}$)

c) $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = -\frac{1}{2}$ ($\frac{7\pi}{6}$; $\frac{\pi}{2}$)

d) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 0$ ($\frac{\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$)

4.) Řešte rovnice

e) $\sin^2 x + \frac{1}{2}\sin 2x = 1$ ({ (2k + 1)$\frac{\pi}{2}$; $\frac{\pi}{4}$+kπ }, k ∈ Z)

f) $\sin^2 u - \cos^2 u = 0{,}5$ ({ $\frac{\pi}{3}$ + kπ, k ∈ Z } ∪ { $\frac{2}{3}$π + kπ, k ∈ Z })

g) $\frac{1+\sin x}{1-\sin x} = 3$ ({ $\frac{\pi}{6}$ + 2kπ, k ∈ Z } ∪ { $\frac{5}{6}\pi$ + 2kπ, k ∈ Z })

h) $\frac{\mathrm{tg}v+1}{\mathrm{tg}v-1} = 2 + \sqrt{3}$ ({ $\frac{\pi}{3}$ + kπ, k ∈ Z })

KAPITOLA 4

FUNKCE

(ŘEŠENÍ KAPITOLY 4 V ZÁVORCE ZA PŘÍKLADEM)

FUNKCE

- **definiční obor**
  1.) Urči definiční obory funkcí:
     a) f: y = $\frac{1+2x}{x}$ (x $\neq$ 0)
     b) g: y = $\frac{t}{1+2t}$ (t $\neq$ - $\frac{1}{2}$)
     c) u: y = $\frac{3}{1-4x^2}$ (x $\neq \pm \frac{1}{2}$)
     d) v: y = $\frac{x+1}{\sqrt{2x+3}}$ (x $>$ - $\frac{3}{2}$)
     e) w: y = $\frac{1}{(x-2)(x+3)}$ (R - {- 3; 2 })
     f) h: y = $\frac{1}{x^2-16}$ (R - {- 4; 2 })
     g) k: y = x^2 - 3x + 4 (R)
     h) l: y = $\sqrt{(x-4)(x-5)}$ ($D_{(l)}$= (- ∞; 4 $>$ ∪ $<$ 5; ∞))

- **obor hodnot:**
  1.) Urči obor hodnot :
     a) Je dána funkce y = 3x - 1, x $\in <$ - 3; 3 $>$. Vypočítej hodnoty této funkce v bodech 0; 2 a -2. ([0; - 1], [2; 5])
     b) Je dána lineární funkce y = - 2x + 3. Vypočítej hodnoty této funkce v bodech 0; 3; -5; 18. (3; - 3; 13; - 33)
     c) V intervalu $<$ - 2; 3 $>$ určete hodnoty funkce y = x^2 - 2x
        (8; 3; 0; - 1; 0; 3)
     d) Urči definiční obory funkcí a urči také funkční hodnoty v bodech -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3 (pokud existují)

1) f: y = $\frac{x}{x-1}$ ($x \neq 1$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$; 0; f (1) neexistuje; 2; $\frac{3}{2}$)

2) g: y = $\sqrt{x+1}$ ($x \geq -1$; g (- 3) neexistuje; g (- 2) neexistuje; 0; 1; $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; 2)

3) h: y= $\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ (x≥ - 1 a x≠0; h (- 3) neexistuje; h (- 2) neexistuje; 0; h (0) neexistuje; $\sqrt{2}$; $\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\frac{2}{3}$)

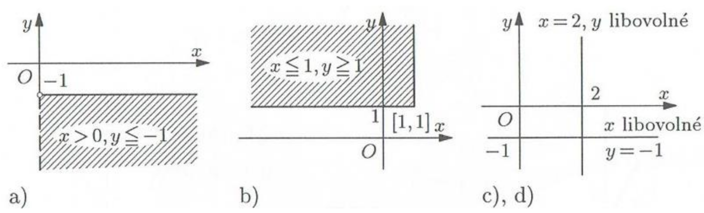
4) m: y = $\frac{1}{\sqrt{x-1}}$ (x > 1; m (- 3) neexistuje; m (- 2) neexistuje; m (- 1) neexistuje; m (0) neexistuje; m(1) neexistuje; 1; 1/√2)

e) Ve zvolené souřadnicové soustavě 0xy zobrazte množinu všech bodů X [x, y], pro jejichž souřadnice platí:
1a) x > 0 a y ≤ - 1

2b) x ≤ 1 a y ≥1

3c) x = 2 a y je libovolné

4d) x je libovolné a y = - 1

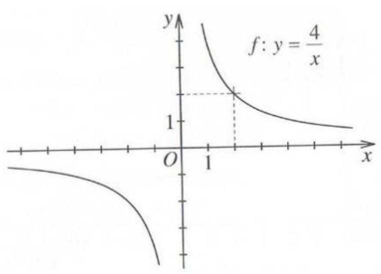


- Nepřímá úměrnost
a) Sestroj grafy funkcí. Doplň tabulku hodnot, urči definiční obor a obor hodnot.
1.) f: y = $\frac{4}{x}$

X	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
y								

(D_f = R - { 0 }, H_f = R - { 0 })

X	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
y	-$\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{1}{2}$

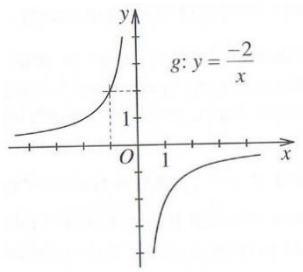


2.) g: y = - $\frac{2}{x}$

X	-4	-2	-1	-$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y								

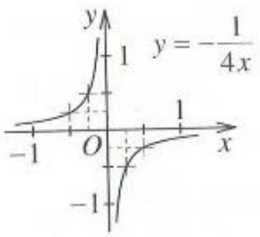
(D$_f$ = R - { 0 }, H$_f$ = R - { 0 })

X	-4	-2	-1	-$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	$\frac{1}{2}$	1	2	4	-4	-2	-1	-$\frac{1}{2}$



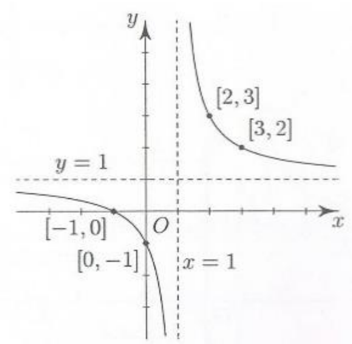
3.) m: y = - $\frac{1}{4x}$

(D$_f$ = R - { 0 }, H$_f$ = R - { 0 })



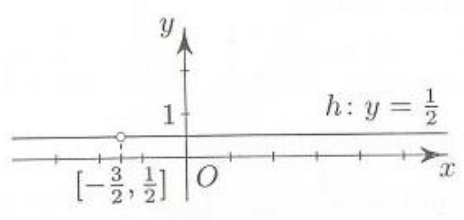
4.) n: y = $\frac{x+1}{x-1}$

(D$_f$ = R - { 1 }, H$_f$ = R - { 1 })



5.) o: y = $\frac{2x+3}{4x+6}$

(D_h = R, H_f = $\frac{1}{2}$)



6.) Urči číslo *k* tak, aby graf funkce y = $\frac{k}{x}$ procházel bodem:

a) [- 2, 2] (- 4)

b) [$\frac{1}{3}$; - 2] (- $\frac{2}{3}$)

c) [2, 3] (6)

d) [2, $\frac{3}{2}$] (3)

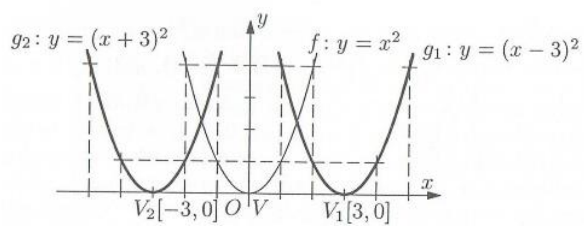
- **Kvadratická funkce**

1.) V jedné souřadnicové soustavě sestrojte grafy funkcí. Určete též jejich definiční obor a obor hodnot:

a) f: y = x^2 (D_f = R, H_f =R^+)

b) g1: y = (x – 3)^2 (D_f = R, H_f =R^+)

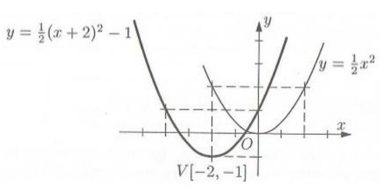
c) g2: y = (x + 3)^2 (D_f = R, H_f =R^+)



2.) Sestrojte grafy funkcí. Určete též jejich definiční obor a obor hodnot:

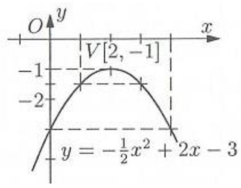
a) y = $\frac{1}{2}$(x + 2)^2 - 1

(D_f = R, H_f = < -1; + ∞ >)



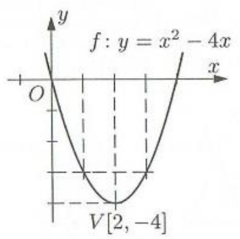
b) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 3$

($D_f = R$, $H_f = (-\infty; -1 >$)



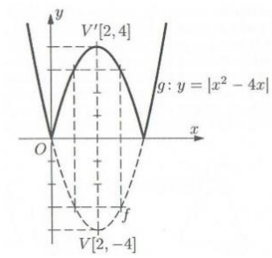
c) f: $y = x^2 - 4x$

($D_f = R$, $H_f = < -4; +\infty)$)



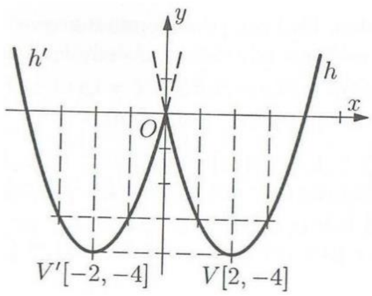
d) g: $y = | x^2 - 4x |$

($D_f = R$, $H_f = < 0; +\infty)$)



e) h: $y = x^2 - 4| x |$

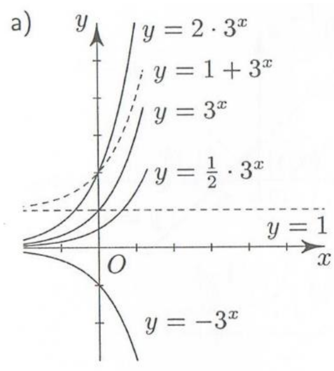
($D_f = R$, $H_f = < -4; +\infty$))



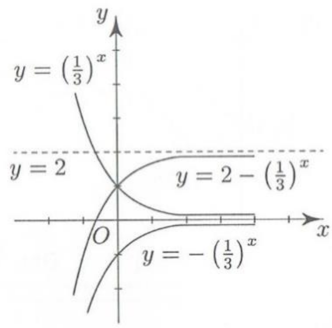
- **Exponenciální funkce**

a) Do jedné souřadnicové soustavy sestroj grafy funkcí

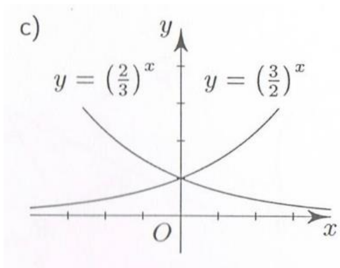
1.) $y = 3^x$, $y = \frac{1}{2}3^x$, $y = 2.3^x$, $y = 1 + 3^x$, $y = -3^x$



2.) $y = (\frac{1}{3})^x$, $y = -(\frac{1}{3})^x$, $y = 2 - (\frac{1}{3})^x$

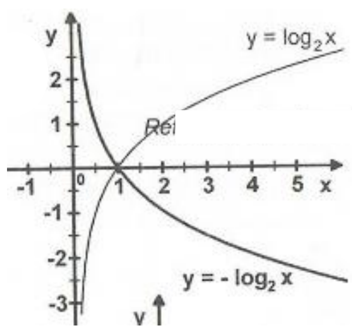


3.) $y = (\frac{2}{3})^x$, $y = (\frac{3}{2})^x$



- Logaritmická funkce

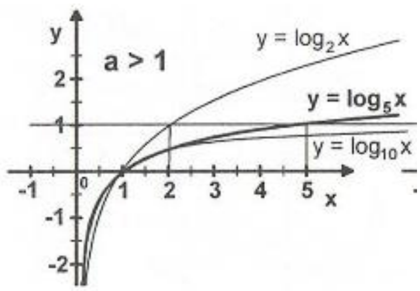
1.) Sestrojte grafy funkcí $y = \log_2 x$ a $y = -\log_2 x$



2.) Sestrojte grafy funkcí $y = \log_2 x$

$y = \log_5 x$

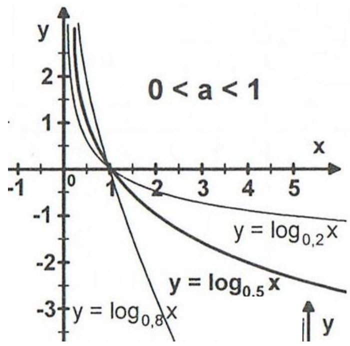
$y = \log_{10} x$



3.) Sestrojte grafy funkcí $y = \log_{0,2} x$

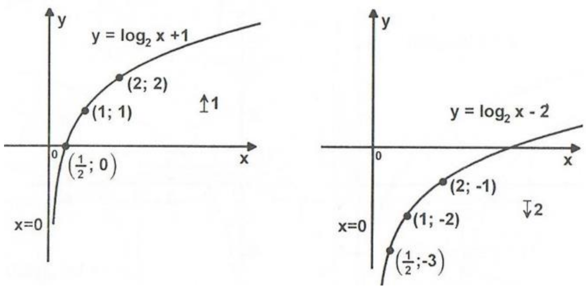
$y = \log_{0,5} x$

$y = \log_{0,8} x$



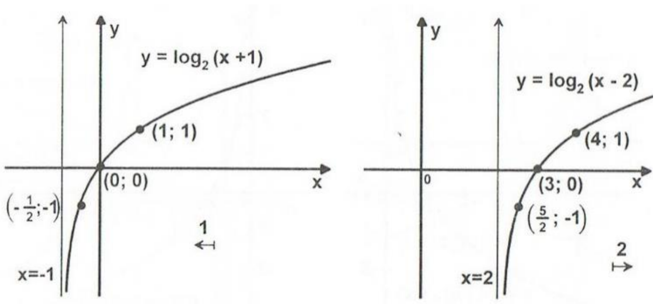
4.) Sestrojte grafy funkcí $y = \log_2 x + 1$

$y = \log_2 x - 1$



5.) Sestrojte grafy funkcí $y = \log_2 (x + 1)$

$y = \log_2 (x – 1)$



KAPITOLA 5

POSLOUPNOSTI A FINANČNÍ MATEMATIKA

1) Napište prvních 5 členů daných posloupností a znázorněte je graficky. Podle grafu odhadněte, zda jde o rostoucí nebo klesající posloupnost nebo o posloupnost, která není ani klesající ani rostoucí. Svůj odhad dokažte.

a) $\left(\frac{5-n}{2}\right)_{n=1}^{\infty}$

b) $\left(\frac{4n-1}{n+2}\right)_{n=1}^{\infty}$

c) Rozhodněte, pro která k ∈ R je posloupnost $\left(\frac{5-n}{k}\right)_{n=1}^{\infty}$ rostoucí.

Řešení: a) 2; 1,5; 1; 0,5; 0 – klesající

b) 1; $\frac{7}{4}$; $\frac{11}{5}$; $\frac{15}{6}$; $\frac{19}{7}$

c) k < 0

2) Doplňte šestý člen nekonečné posloupnosti:

a) –3; –1; 1; 3; 5...

b) 8; 4; 2; 1; 0,5...

c) –100; –10; –1; –0,1; –0,01

d) $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$...

Řešení: a) 7 b) 0,25 c) –0,001 d) $\frac{6}{7}$

3) Je dána aritmetická posloupnost tak, že $a_1 = 5$ a ∀n ∈ N: $a_{n+1} = a_n + 10$. Určete vzorec pro n-tý člen.

Řešení: $a_n = -5 + 10n$

4) Je dána aritmetická posloupnost vzorcem pro n-tý člen $a_n = 10 + 2n$. Určete hodnotu prvního členu a diferenci.

Řešení: $a_1 = 12$; d = 2

5) a) V aritmetické posloupnosti je dán první člen 16 a diference 8. Určete pátý člen.

Řešení: $a_5 = 48$

b) Je dán čtvrtý člen aritmetické posloupnosti $a_4 = 12$ a diference $d = -2$. Určete a_{12}.

Řešení: $a_{12} = -4$

c) V aritmetické posloupnosti známe $a_1 = 13$ a diferenci $d = 3$. Určete součet prvních 30 členů.

Řešení: $s_{30} = 1695$

6) Je zadán součet prvních 50 členů aritmetické posloupnosti $s_{50} = 5\,400$ a diference 4. Určete první člen.

Řešení: $a_1 = 10$

7) Určete, kolikátý je člen 296 v aritmetické posloupnosti s prvním členem 56 a diferencí 3.

A) 99 B) 100 C) 81 D) 80

Řešení: C

8) Jana má předepsáno 12 prášků, které má brát pravidelně po půlhodině. V 7.00 si vzala první prášek, v kolik si má vzít poslední?

A) 12.00 B) 13.00 C) 18.00 D) 12.30

Řešení: D

9) Délky stran pravoúhlého trojúhelníku tvoří 3 po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Delší odvěsna má délku 24 mm. Vypočítejte obvod a obsah trojúhelníku.

Řešení: $o = 72$ mm; $S = 216$ mm^2

10) V aritmetické posloupnosti je dáno: $a_1 - a_5 + a_7 = 8$

$$a_6 - a_4 + a_2 = 11$$

Určete prvních 7 členů této posloupnosti.

Řešení: 2; 5; 8; 11; 14; 17; 20

11) Šest společníků si rozdělilo 42 000 Kč tak, že první z nich dostal nejnižší částku a každý další dostal vždy o 2 000 Kč více. Kolik Kč tvořila odměna prvního a posledního?

Řešení: 2 000 Kč a 12 000 Kč

12) Je dán první člen geometrické posloupnosti $a_1 = 3$. Určete čtvrtý člen, je-li kvocient roven a) 2 b) –1 c) 1 d) $-\frac{1}{2}$

Řešení: a) 24 b) –3 c) 3 d) $-\frac{3}{8}$

13) Vypočtěte prvních 5 členů geometrické posloupnosti, jestliže platí $a_4 = 16$ a $a_8 = 256$.

Řešení: 2; 4; 8; 16; 32; 64

14) Pronajímatel se dohodl s nájemníkem na ceně nájmu 6 000 Kč měsíčně s každoročním navýšením o 200 Kč. Kolik peněz celkem zaplatí nájemník za nájemné za 15 let?

Řešení: 1 332 000 Kč

15) Pronajímatel se dohodl s nájemníkem na ceně nájmu 4 000 Kč s každoročním navýšením o 4 %. Kolik celkem zaplatí nájemník za 10 let?

Řešení: 576 293 Kč

16) Určete kvocient a součet prvních pěti členů geometrické posloupnosti, jejíž první dva členy jsou: $\frac{5}{3}$; 5...

Řešení: $q = 3$; $s_5 = \frac{605}{3}$

17) Julie si na počátku roku uložila 20 000 Kč s úrokovou sazbou 6 %. Úrok se připisuje každého půl roku a odvede se z něj 15% daň. Jak velkou částku bude mít na účtu po 10 letech? Zaokrouhlete na desetikoruny.

Řešení: 33 090 Kč

18) Michal splácí půjčku 15 000 Kč. Na konci roku se mu k dluhu připočte úrok ve výši 5 % aktuální dlužné částky a Michal pak splatí 2 000 Kč. Jaká bude výše Michalova dluhu po šesté splátce (v desítkách Kč)?

A) 2 000 Kč B) 1 050 Kč C) 3 250 Kč D) 6 500 Kč E) jiná odpověď než A)–D)

Řešení: D

KAPITOLA 6

PLANIMETRIE

1) Pro poměr stran v trojúhelníku KLM platí: k : l : m = 6 : 5 : 4. Které z uvedených trojúhelníků jsou s ním podobné?

a) 30, 25, 15

b) 16, 20, 24

c) 18, 20, 24

ŘEŠENÍ: b)

2) Dva z vnitřních úhlů trojúhelníku ABC mají velikost 48^0 a 52^0. Dva z vnitřních úhlů trojúhelníku EFG mají velikost 100^0 a 48^0. Jsou si tyto trojúhelníky podobné? Své rozhodnutí zdůvodněte.

ŘEŠENÍ: ano

3) Pravoúhlý trojúhelník má odvěsny v poměru 3 : 19. Přepona je dlouhá 45 cm. Určete rozměry odvěsen.

ŘEŠENÍ: 7,02 cm a 44,45 cm

4) Obsah kruhu vepsaného do čtverce je 18 cm^2. Jaký je obsah kruhu opsaného kolem čtverce?

ŘEŠENÍ: 35,99 cm^2

5) Je obsah čtverce roven polovině druhé mocniny velikosti jeho úhlopříčky? Své rozhodnutí zdůvodněte.

ANO   NE

ŘEŠENÍ: ANO

6) Délky stran obdélníku jsou v poměru 5 : 8. Obvod obdélníku je 325 cm. Vypočtěte délku úhlopříčky.

ŘEŠENÍ: 117,92 cm

7) Vypočtěte zbývající údaje v pravoúhlém trojúhelníku ABC (s pravým úhlem u vrcholu C), je-li:

a) $\alpha = 50^0$, c = 120 mm

b) a = 6 cm, b = 5,5 cm, $\alpha = 47^0$

ŘEŠENÍ:

a) a = 91,93 mm, b = 77,13 mm, $\beta = 40^0$

b) c = 8,14 cm, $\beta = 42{,}5^0$, $\Upsilon = 90{,}5^0$

8) Jaký je sklon žebříku dlouhého 9m, který je svým okrajem opřen o vrchol zdi vysoké 8,5m? Vypočítejte také vzdálenost paty žebříku od zdi.

ŘEŠENÍ: sklon $70{,}81^0$, vzdálenost 2,958 m

9) Vypočtěte zbývající údaje v obecném trojúhelníku KLM, je-li:

a) k = 6 cm, m = 7 cm, μ (u vrcholu M) = 40^0

b) k = 2 cm, l = 3 cm, m = 4 cm

ŘEŠENÍ:

a) l = 10,44 m, $\kappa = 33{,}43^0$, $\lambda = 106{,}57^0$

b) $\kappa = 28{,}96^0$, $\lambda = 46{,}56^0$, $\mu = 104{,}48^0$

10) Ze vzdálenosti 90 m je vidět vrchol nedostavěného komínu pod úhlem $\alpha = 26^0 30'$. Na zvýšení komínu o 1m je potřeba 280 cihel. Kolik cihel bude ještě potřeba, má-li být na konci vidět vrchol komínu pod úhlem β, jehož $\sin \beta = 0{,}766$? (výšku rozestavěného i dokončeného komínu zaokrouhlete na celé číslo)

ŘEŠENÍ: 17 360 cihel

KAPITOLA 7

STEREOMETRIE

1) Objem rotačního válce je **b** dm^3, povrch jeho pláště je **b** dm^2. Určete průměr jeho podstavy.

a) 1

b) 2

c) 3

d) 4

ŘEŠENÍ: d)

2) O kolik procent se zvětší povrch krychle, zvětší-li se hrana o 20 procent?

ŘEŠENÍ: o 44 procent

3) Vypočtěte povrch a objem rotačního kužele s průměrem podstavy 30 cm a výškou 40 cm.

ŘEŠENÍ: V = 1884 cm^3, S = 2286,28 cm^2

4) K očíslovaným větám přiřaďte písmena s výpočty (např. 1D)

1) Délka hrany krychle je 10 m.

2) Objem krychle je 6000 l.

3) Povrch krychle je 6 cm^2.

4) Obsah podstavy krychle je 100 cm^2.

A) 6 cm^3

B) 1 l

C) 1000 m^3

D) 1 ml

ŘEŠENÍ: 1C, 2A, 3D, 4B

5) V jakém poměru musí být výška kužele **v** a poloměru podstavy **r,** jestliže plášť a podstava kužele mají stejný plošný obsah?

A) 2:1

B) 1:2

C) 1:1

D) 1:3

E) kužel s takovými parametry neexistuje

ŘEŠENÍ: E)

6) Vypočtěte povrch a objem pravidelného čtyřbokého jehlanu s délkou hrany podstavy a = 5 cm.

ŘEŠENÍ: V = 29,46 cm^3, S = 68,3 cm^2

7) Kniha má rozměry 25 cm a 2 dm. Vypočtěte, kolik m^2 papíru je potřeba na výrobu knížky s 200 stránkami?

ŘEŠENÍ: 5 m^2

8) Kulová úseč má poloměr podstavy r_1 = 10 cm a výšku v = 5 cm. Vypočtěte r koule, jejíž částí je kulová úseč.

ŘEŠENÍ: 12,5 cm

9) Plastový sud s průměrem dna 80 cm a výškou 1,5 m je ze dvou třetin naplněn vodou. Kolik hl vody je v sudu?

ŘEŠENÍ: 5,024 hl

10) Tabulové sklo má hustotu 2400 kg/m^3. Jaká je hmotnost skleněné desky umístěné na psacím stole, jestliže sklo je silné 4 mm a rozměry stolu jsou 120 cm a 10 dm?

ŘEŠENÍ: 11,52 kg

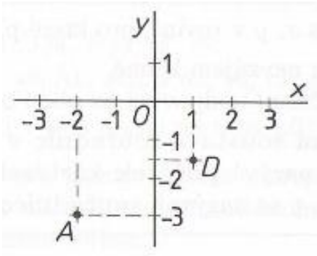
KAPITOLA 8

ANALYTICKÁ GEOMETRIE

(ŘEŠENÍ KAPITOLY 8 V ZÁVORCE ZA PŘÍKLADEM)

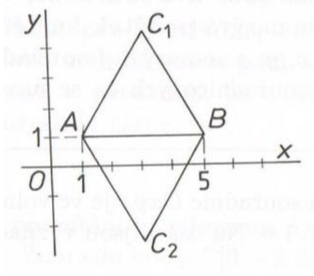
- **Souřadnice bodu, střed úsečky**

1.) Zvolte kartézskou soustavu souřadnic 0xy a zobrazte v ní body A[- 2; - 3], D[1; - $\frac{3}{2}$].



2.) Sestrojte rovnostranný trojúhelník ABC. Jsou dány body A[1; 1], B[5; 1]. Určete souřadnice bodu C výpočtem i měřením.

(C_1[3; $2\sqrt{3}$], C_2 [3; - $2\sqrt{3}$])



3.) V rovnoběžníku ABCD jsou dány vrcholy A = [- 2; 0], B =[2; 3] a průsečík úhlopříček S = [1,5; - 2]. Určete zbývající vrcholy C, D. (C = [5; - 4], D = [1; - 7])

4.) Načrtněte množinu bodů M, pro kterou platí:

a) M = { [x; y; z]; x ∈ R, y = 0, z =0 } (osa x)
b) M = { [x; y; z]; x = 0, y ∈ R, z = 0 } (osa y)
c) M = { [x; y; z]; x = 0, y = 0, z ∈ R } (osa z)
d) M = { [x; y; z]; x = 0, y ∈ R, z ∈ R } (rovina yz)
e) M = { [x; y; z]; x ∈ R, y = 0, z ∈ R } (rovina xz)
f) M = { [x; y; z]; x ∈ R, y ∈ R, z = 0 } (rovina xy)

5.) Na ose y nalezněte bod M, který má stejnou vzdálenost od počátku 0 i od bodu A = [- 8;- 4] (M = [0; - 10])

6.) Určete souřadnice středu S úsečky

a) AB, A = [3; - 2], B = [5; 4] (S = [4; 1])
b) CD, C = [0; 5], D = [- 3; - 3] (S = [- 1,5; 1])

7.) Nalezněte souřadnice vrcholů trojúhelníku ABC, znáte-li středy K = [1; 6], L = [- 4; 2], M = [3; - 2] jeho stran BC, AC a AB. (A = [- 2; - 6], B = [8; 2], C = [- 6; 10])

8.) Určete souřadnice středu S úsečky MN
a) M = [1; 3; - 4], N = [8; 1; 4] (S = [4,5; 2; 0])
b) M = [1; - 1; 4], N = [- 3; 2; 4] (S = [- 1; 0,5; 4])

- **Vzdálenost bodů**

1.) Určete velikost úsečky:
a) |AB|, kde A = [- 2], B = [5] (7)
b) |CD|, kde C = [3], D = [- 8] (11)
c) |EF|, kde E = [- 1], F = [- 4] (3)
d) |OG|, kde O = [0], G = [6] (6)

2.) Zjistěte, zda pro body A, B, C platí |AB|+|BC|=|AC|, jestliže:
a) A = [- 3], B = [5], C = [12] (platí)
b) A = [- 3], B = [7], C = [2] (neplatí)

3.) Vypočtěte obvod trojúhelníku ABC o vrcholech A = [- 4; 2], B = [0; - 1], C = [3; 3]
($10 + 5\sqrt{2}$)

4.) Na ose z nalezněte bod R, který je stejně vzdálen od bodů P = [- 4; 1; 7], Q = [3; 5; - 2]
(R = [0; 0; $\frac{14}{7}$])

- **Velikost vektoru**

1.) Určete velikost vektoru:
a) **u** = (3; - $\frac{5}{4}$) (|**u**| = $\frac{13}{4}$)
b) **PQ,** kde P = [6; $\frac{13}{3}$], Q = [0; 4] (|**PQ**| = $\frac{5\sqrt{3}}{3}$)
c) **AB,** kde A = [- 2; 3; 4], B = [4; - 6; 2] (|**AB**| = 11)
d) **w** = (- 4; 8; - 8) (|**w**| = 12)

2.) Určete chybějící souřadnici vektoru **u,** je-li:
a) |**u**| = 34, **u** = (- 16; u_2) ($u_2 = \pm 30$)
b) |**u**| = 14, **u** = (- 6; 4; u_3) ($u_3 = \pm 12$)
c) |**u**| = 15, **u** = (u_1; 10; - 2) ($u_1 = \pm 11$)

3.) V prostoru je dán bod A a vektor **u**. Určete souřadnice bodu B = A + **u**:
a) A [1; 3; 1], **u** = (1; 2; - 1) (B = [2; 5; 0])
b) A [3; 1;- 2], **u** = (2; - 2; 3) (B = [5; - 1; 1])
c) A [4; 4; - 1], **u** = (1; 1; 3) (B = [5; 5;2])

- **Parametrické vyjádření přímky**

1.) Napište parametrické vyjádření přímky procházející dvěma body

a) A = [0; 3], B = [5; - 2] (x = 5t, y = 3 - 5t)

b) C = [- 2; 1], D = [5; - 1] (x = - 2 + 7t, y = 1 - 2t)

2.) Napište souřadnice bodu přímky, kterému odpovídá daný parametr t, pro parametricky vyjádřenou přímku x = 2 + 3t, y = 3 - t, je-li:

a) t = 0 ([2; 3])

b) t = 1 ([5; 2])

c) t = - 1 ([- 1; 4])

d) t = 2 ([8; 1])

3.) Zjistěte, zda bod C leží na přímce AB

a) A [1; 2], B [- 1; 3], C [5; 0] (ano)

b) A [3; 1], B [1; 5], C [- 1; 2] (ne)

c) A [1; 6], B [- 2; 3], C [2; - 1] (ne)

d) A [0; 3], B [- $\sqrt{2}$; 3$\sqrt{2}$], C [2 + $\sqrt{2}$; 0] (ano)

e) A [$\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$], B [1; $\frac{2}{3}$], C [- 2; - 1] (ano)

- **Obecná rovnice přímky**

1.) Určete směrový a normálový vektor přímky:

a) 2x - 3y + 6 = 0 (**u** = (3; 2), **n** = (2; - 3))

b) 4x + 6y – 12 = 0 (**u** = (3; - 2), **n** = (4; 6))

c) x - 3y + 15 = 0 (**u** = (3; 1), **n** = (1; - 3))

d) 2x + y – 14 = 0 (**u** = (1; - 2), **n** = (2; 1))

2.) Určete obecnou rovnici přímky:

a) A = [- 4; 2], B = [3; 5] (3x - 7y + 26 = 0)

b) C = [6; - 8], D = [1; 7] (3x + y – 10 = 0)

c) E = [5; 7], F = [- 4; - 5] (4x - 3y + 1 = 0)

d) O = [0; 0], P = [6; 2] (x - 3y = 0)

3.) Napište obecnou rovnici přímky p:

a) x = 1 - t, y = 3 + 2t (2x + y – 5 = 0)

b) x = 2, y = 3t (x = 0)

- **Směrnicový tvar přímky**

1.) Určete směrový úhel přímky dané dvěma body

a) A = [1; 1], B = [- 1; 3] ($\frac{3\pi}{4}$)

b) C = [5$\sqrt{3}$; 6], D = [- $\sqrt{3}$; 0] ($\frac{\pi}{6}$)

c) E = [1; - 1], F = [- 1; - 5] (63° 26´)

d) O = [0; 0], P = [- 1; $\sqrt{3}$] ($\frac{2\pi}{3}$)

2.) Napište směrnicový tvar rovnice přímky procházející bodem M:

a) M = [4; - 2], k = $\frac{1}{2}$ (y = $\frac{1}{2}$x – 4)

b) M = [-2; 1], k = - 3 (y = - 3x – 5)

c) M = [- 3; - 5], k = 1,5 (y = 1,5x - 0,5)

d) M = [3; 0], k = - $\frac{3}{4}$ (y = - $\frac{3}{4}$x + $\frac{9}{4}$)

- **Vzájemná poloha dvou přímek**

1.) Napište parametrické rovnice přímky:

a) A [1; - 1], B [2; 3] (x = 1 + t, y = - 1 + 4t)

b) A [2; - 3], B [0 ; 2] (x = 2 - 2t, y = - 3 + 5t)

2.) Zjistěte vzájemnou polohu přímek p (P, **u**) a q (Q, **v**). Jsou-li to různoběžky, určete jejich průsečík:

a) P [1; 2], **u** = (2; 3), Q [0; 1], **v** = (- 1; $\frac{3}{2}$) (rovnoběžky)

b) P [3; 2], **u** = (2; - 1), Q [- 1; 1], **v** = (1; 1) (různoběžky; R [1; 3])

c) P [$\frac{3}{2}$; 1], **u** = (- 1; 2), Q [- 1; 6], **v** = ($\frac{1}{2}$; - 1) ($p = q$)

3.) Napište parametrické vyjádření rovnice přímky procházející bodem C a rovnoběžné s přímkou AB:

a) A [1; 1], B [1; 3], C [0; 3] (x = 0, y = t)

b) A [- 1; 1], B [2; - 3], C [1; 5] (x = 1 + 3t, y = 5 - 4t)

4.) Napište parametrické vyjádření všech těžnic trojúhelníku s vrcholy A [- 2; 1], B [3; 0], C [2; 4]. Určete jeho těžiště T jako průsečík dvou těžnic a ověřte, že jím prochází i třetí těžnice.

(t_a: x = - 2 + 3t, y = - 1 + 2t, t_b: x = 3 - 2t, y = t, t_c: x = 2 + t, y = 4 + 3t, T [1; 1])

- **Vzdálenost bodu od přímky**

1.) Určete vzdálenost bodu M = [2; - 3] od přímky:

a) x – y = 0 ($\frac{5\sqrt{2}}{2}$)

b) x + y = 3 ($2\sqrt{2}$)

c) y = $\frac{3}{4}$ + $\frac{7}{4}$ (5)

d) x = - 2 + 8t, y = - 2 + 15t (4)

2.) Vypočítejte vzdálenost počátku od přímky:

a) 4x - 3y – 15 = 0 (3)

b) y = 2,4x - 5,2 (2)

c) x = 5 + 8t, y = 3 + 15t (0)

d) y = 5x (3)

3.) Napište parametrické vyjádření přímky, která leží ve vzdálenosti 4 od bodu M = [2; - 4] a je rovnoběžná s přímkou x = 15t, y = 8t

(x = 1 + 15r, y = 8r nebo x = 18 + 15s, y = 8s)

4.) Napište obecný tvar rovnice přímky, která je kolmá na přímku 2x + 6y – 3 = 0 a má od bodu M = [5; 4] vzdálenost v = $\sqrt{10}$. (3x – y – 1 = 0 nebo 3x – y – 2 = 0)

5.) Nalezněte rovnice přímek rovnoběžných s danou přímkou $3x - 4y = 0$ ve vzdálenosti $v = 6$

($3x - 4y - 30 = 0$ nebo $3x - 4y + 30 = 0$)

6.) Určete vzájemnou polohu přímek p, q:

a) p: $x = 1 + 3t, y = -2 + 6t, z = 5 + 2t$
q: $x = 2r, y = 3 + 9r, z = -1 + 6r$ (mimoběžné)

b) p: $x = 1 + 2t, y = 7 + t, z = 5 + 4t$
q: $x = 2 + 3r, y = -3 - 2r, z = -8 + r$ (různoběžné)

c) p: $x = 5 + 3t, y = -2 - 6t, z = 1 + 12t$
q: $x = 2 - r, y = 4 + 2r, z = -11 - 4r$ (splývající rovnoběžky)

d) p: $x = 1 + 4t, y = -12t, z = -3 - 20t$
q: $x = -3 - 2r, y = 12 + 6r, z = 10 + 10r$ (různé rovnoběžky)

- **Odchylka dvou přímek**

1.) vypočítejte odchylku dvou přímek:

a) a: $3x - 2y - 2 = 0$, b: $x + 2y + 1 = 0$ (83°)
b) a: $2x + 3y + 4 = 0$, b: $x - y + 1 = 0$ (11°20´)
c) a: $5x - 6y - 1 = 0$, b = $10x + 12y + 1 = 0$ (a||b)
d) a: $x + 7y + 4 = 0$, b: $5x + 35y + 20 = 0$ (a||b)
e) a: $8x + 15y + 10 = 0$, b: $y = 0$ (28°04´)

2.) určete velikosti stran a vnitřních úhlů trojúhelníku ABC, je-li A = [7; - 3], B = [1; 8], C = [- 4; 3]

($|BC| = 7{,}07$, $|AB| = |AC| = 12{,}5$, $\alpha = 32°48´$, $\beta = \gamma = 73°36´$)

3.) Napište rovnici přímky m, která prochází bodem A, a jejíž odchylka od přímky r je φ:

a) A = [1; 3], r: $4y - 7 = 0$, $\varphi = 45°$ ($x + y - 4 = 0$, $x - y + 2 = 0$)
b) A = [0; - 9], r: $3x - 7 = 0$, $\varphi = 60°$ ($x - \sqrt{3}y - 9\sqrt{3} = 0$, $x + \sqrt{3}y + 9\sqrt{3} = 0$)

KAPITOLA 9

KOMBINATORIKA, PRAVDĚPODOBNOST A STATISTIKA

1) Určete, čemu je roven výraz $\frac{(n+5)!}{(n+3)!} - \frac{n!}{(n-2)!}$ pro přirozené číslo n $\geq$ 2.

Řešení: 10n + 20

2) Které z čísel c a d je větší, je-li c = 41! + 42! a d = 40! + 43!?

Řešení: c $<$ d

3) Kolik nejvýše trojciferných čísel lze sestavit z číslic 2 až 7, nemohou-li se opakovat?

A) 15 B) 156 C) 350 D) 150 E) jiná odpověď než A)–D)

Řešení: B

4) Rozhodněte, na který tvar lze upravit výraz $\frac{3}{n!} - \frac{(n+1)}{(n+1)!}$ pro celé n ≥ 0.

A) $\frac{2n+4}{(n+1)!}$ B) $\frac{2}{n!}$ C) $\frac{4-n}{n!(n+1)!}$ D) $\frac{2-n}{(n+1)!}$ E) jiné řešení než A)–D)

Řešení: B

5) Zvětší-li se počet prvků o 4, zvětší se počet dvojčlenných kombinací o 30. Určete původní počet.

A) 8 B) 6 C) 7 D) 9 E) jiné řešení než A)–D)

Řešení: B

6) Řešte rovnici s neznámou n ∈ N.

$$\frac{60!}{8!} + \frac{60!}{9!} = \frac{n \,.\, 60!}{9!}$$

A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) jiné řešení než A)–D)

Řešení: B

7) Kolika způsoby lze z 5 žen a 7 mužů vybrat skupinu tvořenou dvěma ženami a třemi muži?

A) 35 B) 350 C) 562 D) 1 500 E) jiné řešení než A) – D)

Řešení: B

8) Kolika způsoby si může 6 lidí sednout, je-li k dispozici 12 židlí?

A) V(6,12) B) K(6,12) C) 2P(6) D) P(6).P(6)

Řešení: A

9) Kolika způsoby lze vybrat 3 z 15 studentů do funkcí předsedy, místopředsedy a pokladníka?

Řešení: 2 730

10) Kolika způsoby lze mezi 12 pracovníků rozdat 3 lístky do fitness centra a 4 lístky do multikina? Jednomu maximálně jeden lístek.

A) 3 520 B) 11 380 C) 27 720 D) 365 880 E) jiné řešení než A)–D)

Řešení: 27 720

11) Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 4 kostkami padne alespoň jedna 6? Výsledek zaokrouhlete na setiny.

A) 0,17 B) 0,33 C) 0,48 D) 0,52 E) jiné řešení než A)–D)

Řešení: D

12) Mezi 20 výrobky je 5 vadných. Náhodně budou vybrány 3 výrobky. Vypočtěte (s přesností na dvě platné číslice) pravděpodobnost jevu:

a) „všechny 3 výrobky jsou vadné“

b) „právě jeden výrobek je vadný“

c) „alespoň jeden výrobek je vadný“

Řešení: a) 0,0088 b) 0,46 c) 0,60

13) V osudí je 5 zelených a 10 žlutých koulí. Náhodně budou 4 zelené vytaženy. Jaká je pravděpodobnost jevu „alespoň 2 koule jsou zelené“?

A) 0,15 B) 0,21 C) 0,34 D) 0,41

Řešení: D

14) Jaká je pravděpodobnost (na desetiny procenta) jevu, že při hodu dvěma kostkami padne součet větší než tři?

Řešení: 91,7 %

15) Ve třídě 30 studentů není 8 naučeno. Dva budou náhodně vyvoláni na zkoušení. Jaká je pravděpodobnost, že alespoň jeden z nich bude naučen?

A) 6 % B) 25 % C) 66 % D) 94 %

Řešení: D

16) Jaká je pravděpodobnost, že při vytažení 4 karet z balíčku 32 karet bude alespoň jedna z nich eso? Zaokrouhlete na dvě platné číslice.

Řešení: 0,43

17) Ve třídě 20 žáků nemá 6 domácí úkol. Úkol bude zkontrolován u poloviny žáků. Jaká je pravděpodobnost, že všichni vybraní žáci budou mít vypracovaný domácí úkol?

Řešení: 0,54 %

18) Statistický soubor třída má 20 statistických jednotek – studentů. Jejich známky z anglického jazyka na vysvědčení jsou 2, 1, 4, 2, 5, 1, 1, 3, 4, 2, 2, 3, 4, 5, 4, 2, 1, 1, 2, 3. Určete četnosti a relativní četnosti (na celá procenta) jednotlivých známek.

Řešení:

1	2	3	4	5
5	6	3	4	2
25 %	30 %	15 %	20 %	10 %

19) V následující tabulce jsou uvedeny četnosti známek z matematiky pro třídu 9.A. Určete aritmetický průměr známek na desetiny, modus a medián.

1	2	3	4	5
5	7	4	2	1

Řešení: $\bar{x} \doteq 2{,}32$

modus 2, medián 2